

4. Gráficas del MRU y del MRUA.

4.1. Gráficas velocidad-tiempo: movimiento rectilíneo uniforme

El **MRU** se caracteriza por que su velocidad es constante, es decir, no varía con respecto al tiempo.

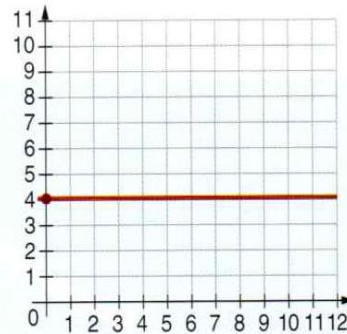
$$v = \frac{s}{t}$$

Si representamos esta función, observamos que es una constante:

EJEMPLO

Representa gráficamente el movimiento de un objeto que se expresa en la siguiente tabla de datos.

Construimos un eje de coordenadas; en el eje horizontal (X) representamos el tiempo y en el eje vertical (Y), la velocidad. A continuación, representamos cada par de puntos (t, v) en el gráfico y obtenemos una línea paralela al eje X, lo que indica que según va transcurriendo el tiempo, la velocidad permanece constante, no cambia.



t (s)	v (m/s)
0	4
1	4
2	4
3	4

4.2. Gráficas velocidad-tiempo: movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

En el **MRUA**, la ecuación que nos relaciona la velocidad con el tiempo es:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

EJEMPLO

Representa gráficamente el movimiento de un cuerpo que comienza a moverse con velocidad inicial $v_0 = 3 \text{ m/s}$ y una aceleración $a = 2 \text{ m/s}^2$.

La ecuación del movimiento quedaría de la siguiente forma:

$$v = 3 + 2t$$

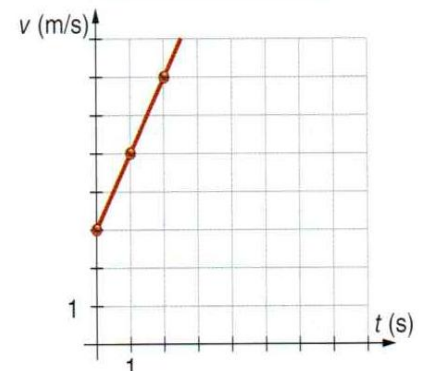
Puedes apreciar que se trata de una función afín en la que el tiempo es la variable independiente y la velocidad es la variable dependiente.

Construimos un sistema de ejes perpendiculares. En el eje vertical (Y) representamos la velocidad (v) mientras que en el eje horizontal (X) representamos el tiempo (t). Cada punto comprendido entre estos ejes vendrá dado por un par de valores (t, v) .

Buscamos los pares de puntos que cumplen la ecuación del movimiento que estamos considerando. Para ello, tomamos algunos valores para la variable t calculando los valores de v que resultan en cada caso.

Finalmente, unimos los puntos que hemos obtenido, que, como puedes ver, forman una línea recta que nos indica cómo cambia la velocidad según transcurre el tiempo.

t (s)	v (m/s)
0	3
1	5
2	7



4.3. Gráficas espacio-tiempo: movimiento rectilíneo uniforme

La relación entre el espacio y el tiempo en un **MRU** se expresa por la siguiente ecuación:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

Es una función afín en la que el tiempo es la variable independiente y el espacio es la variable dependiente.

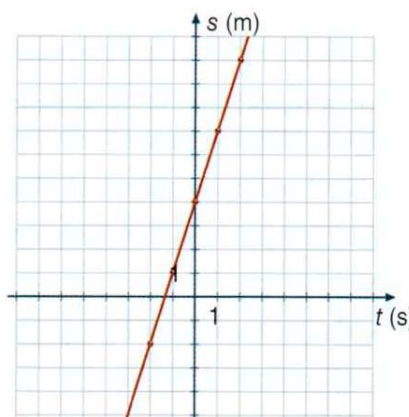
EJEMPLO

Representa gráficamente la ecuación de movimiento de un cuerpo que comienza a moverse en $s_0 = 4$ m con velocidad uniforme $v = 3$ m/s.

Su ecuación es, por tanto:

$$s = 4 + 3t$$

Actuamos de la misma manera que en el ejemplo anterior, pero, en este caso, el espacio se representa en el eje Y mientras que el tiempo se representa en el eje X. La gráfica es una línea recta debido a que el cuerpo avanza el mismo espacio cada intervalo de tiempo.



t (s)	s (m)
0	4
1	7
-1	1
2	10
-2	-2

4.4. Gráficas espacio-tiempo: movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

En el **MRUA**, la relación entre el espacio y el tiempo es una función cuadrática; el tiempo, la variable independiente, aparece elevado al cuadrado.

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

EJEMPLO

Representa gráficamente la ecuación del movimiento de un cuerpo que comienza a moverse en $s_0 = 3$ m, con una velocidad inicial $v_0 = -4$ m/s y una aceleración $a = 2$ m/s².

La ecuación es: $s = 3 - 4t + t^2$

Es una función cuadrática, de forma que:

- Vértice: $\left(-\frac{(-4)}{2 \cdot 1}, \frac{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}{4 \cdot 1} \right) = (2, -1)$

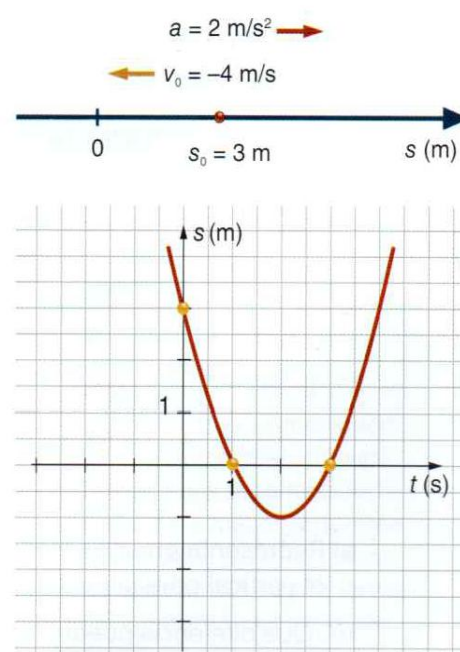
- Puntos de corte:

Eje X: $t^2 - 4t + 3 \Rightarrow x = \frac{4 \pm 2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{Puntos } (3,0) \text{ y } (1,0)$

Eje Y: $x = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow \text{Punto } (0,3)$

Observa cómo avanza el cuerpo inicialmente en sentido negativo (empieza a moverse con -4 m/s) pero acaba desplazándose en sentido positivo debido a la aceleración.

La posición más retrasada que alcanza viene dada por el vértice, retrocede hasta $s = -1$ m en $t = 2$ s, y luego se mueve hacia delante.

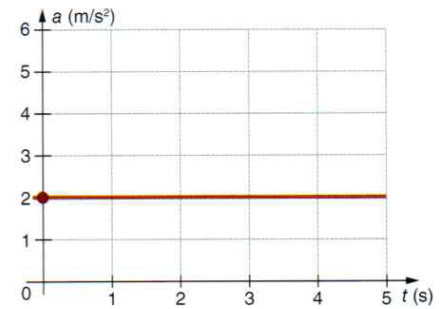


4.5. Gráficas aceleración-tiempo

La aceleración con respecto al tiempo en los MRUA es una constante, es decir, según va aumentando el tiempo, la aceleración permanece con el mismo valor.

Así tenemos:
$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

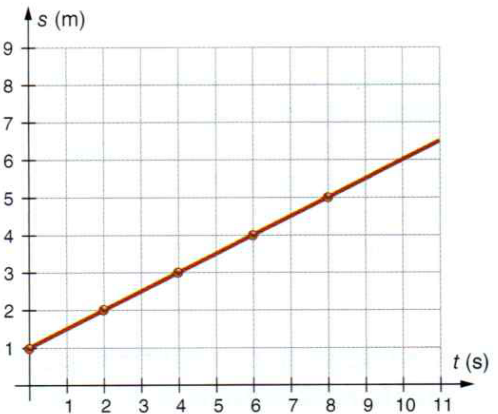
t (s)	a (m/s ²)
0	2
1	2
2	2
3	2



ACTIVIDADES

1 > La siguiente recta representa el movimiento de un cuerpo. Analiza detenidamente la gráfica y contesta las siguientes cuestiones:

- ¿Dónde estaba el cuerpo inicialmente, cuando $t = 0$?
- ¿Dónde está el cuerpo cuando transcurren 4 s?
- ¿Qué distancia ha recorrido?
- ¿A qué velocidad se ha movido?
- ¿Dónde está el cuerpo a los 6 s?
- ¿Qué distancia ha recorrido?
- ¿A qué velocidad se ha movido?
- ¿Qué distancia ha recorrido entre $t = 4$ s y $t = 6$ s?
- ¿A qué velocidad se mueve?



2 > Indica la velocidad y la posición inicial de los movimientos representados por las siguientes ecuaciones:

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| a) Cuerpo 1: $s = 4 + 2t$ | c) Cuerpo 3: $s = 4 + t$ |
| b) Cuerpo 2: $s = -1 + 2t$ | d) Cuerpo 4: $s = 2 - 2t$ |

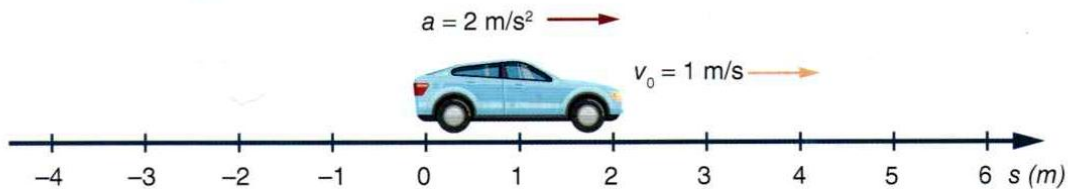
Trabajo colaborativo

3 > Trabaja en grupo con tus compañeros y compañeras. La siguiente tabla de datos muestra la posición que ocupan dos objetos a lo largo del tiempo. El primero de ellos se mueve con velocidad constante mientras que el segundo lo hace con un movimiento rectilíneo acelerado.

Tiempo (s)	Posición objeto 1 (m)	Posición objeto 2 (m)
0	5	0
2	9	2
4	13	8
6	17	18
8	21	32
10	25	50
20	33	200

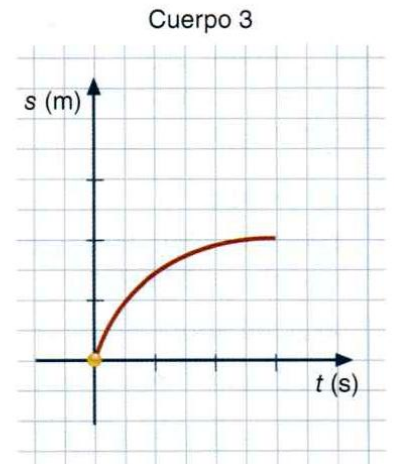
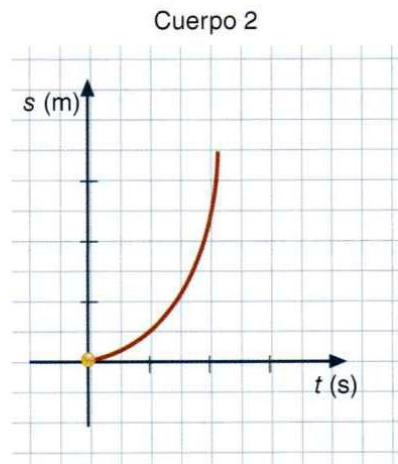
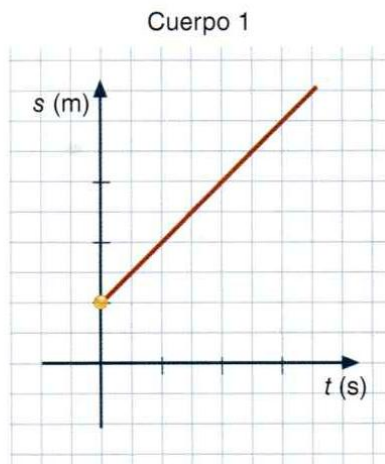
- Representa en unos ejes cartesianos estos puntos, utilizando el eje horizontal para el tiempo y el vertical para la posición. Usa un color distinto para los puntos de cada objeto.
- ¿Qué diferencia puedes apreciar entre la línea que define los puntos del objeto 1 y la del objeto 2?
- Justifica esta diferencia por la existencia o no de aceleración.

4 > Representa gráficamente el movimiento del cuerpo de la figura:



5 > Un cuerpo que se movía con velocidad constante de 4 m/s, comienza a frenar a partir de un instante determinado con $a = 0,5 \text{ m/s}^2$. Escribe la ecuación de su movimiento durante la frenada y representala gráficamente.

6 > Describe el movimiento de los siguientes cuerpos indicando si es uniforme, acelerado o decelerado:



7 > Representa gráficamente las siguientes ecuaciones de movimiento, indicando en cada caso si se trata de un MRU o de un MRUA:

- | | | |
|-----------------------|--------------------------|----------------------------|
| a) $s = 3 + 4t + t^2$ | d) $s = -10 - 8t + 2t^2$ | g) $s = t^2 + t$ |
| b) $s = 2 - 4t$ | e) $s = t + 3$ | h) $s = -t$ |
| c) $s = -4 + t^2$ | f) $s = 9 + 12t + 3t^2$ | i) $s = -5 + \frac{2}{3}t$ |

Utiliza las TIC

8 > Representa de nuevo las ecuaciones de la actividad anterior pero usa esta vez algún programa o aplicación como GeoGebra o la calculadora WIRIS. Analiza luego las ecuaciones contestando a las siguientes preguntas:

- ¿Dónde comienza el movimiento?
- ¿Con qué velocidad comienza?
- ¿Cuánto vale su aceleración?

9 > Asocia cada una de las siguientes ecuaciones de la velocidad con los movimientos de la actividad 4:

- | | | |
|------------------|---------------|-----------------|
| a) $v = -1$ | d) $v = 1$ | g) $v = 1 + 2t$ |
| b) $v = 12 + 6t$ | e) $v = 2t$ | h) $v = 4t + 8$ |
| c) $v = 4 + 2t$ | f) $v = 0,67$ | i) $v = -4$ |

10 > Representa las ecuaciones de la velocidad de la actividad anterior en tu cuaderno. Comprueba tus resultados representándolas luego mediante GeoGebra o la calculadora WIRIS.



Recuerda

En el MRUA, la velocidad viene dada por la expresión $v = v_0 + at$. En el MRU, por el contrario, la velocidad es un número, ya que no varía en todo el movimiento: $v = v_0$.



Recuerda

Una función de la forma $v = v_0 + at$ es una función afín, luego su representación gráfica será una línea recta inclinada más o menos en función del valor de a . Por el contrario, una función de la forma $v = v_0$ es una línea recta horizontal, paralela al eje X.

<https://www.youtube.com/watch?v=KTveUOoMXq0>

<https://www.youtube.com/watch?v=GEr5EM3vMao>